

## Wolne tłumaczenie recenzji rozprawy doktorskiej mgr. Hanny Ćmiel

Josnei Novacoski

Unversidade Federal de São Carlos

Rod. Washington Luiz km 235, São Carlos - SP

13565-905, Brazil

Tuluza, 11.05.2022 r.

### Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Hanny Ćmiel pt. “Continuity of roots and values for valued fields”

Głównym tematem pracy jest następujący problem. Dla wartościowego pola  $(K, v)$  rozważamy rozszerzenie  $v$  do domknięcia algebraicznego  $\tilde{K}$  z  $K$ , które ponownie wywołujemy  $v$ . Jeśli weźmiemy dwa wielomiany  $f, g \in K[x]$ , to można zadać następujące pytanie. Jeśli odpowiednie współczynniki  $f$  i  $g$  są “zamknięte”, to czy możemy wywnioskować, że pierwiastki  $f$  i  $g$  są “zamknięte”?

Bardziej precyzyjne sformułowanie powyższego pytania jest następujące. Załóżmy, że  $f = a_0 + \dots + a_n x^n$  i  $g = b_0 + b_1 x + \dots + b_m x^m$  (dla uproszczenia uzupełniamy zerami, jeśli to konieczne, aby mieć ten sam indeks  $n$ ). Załóżmy, że  $\alpha_1, \dots, \alpha_r \in \tilde{K}$  są pierwiastkami  $f$ , a  $\beta_1, \dots, \beta_s \in \tilde{K}$  są pierwiastkami  $g$ . Dla  $\epsilon$  w grupie wartości, jeśli  $v(a_i - b_i) > \epsilon$  dla każdego  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , to czy możemy znaleźć parę pierwiastków  $\alpha_i$  i  $\beta_j$  takie, że wartość ich różnicy jest większa niż  $\epsilon$ ? Należy zauważyć, że w przypadku pól wartościowych uważa się, że dwa elementy są “bliskie”, jeśli wartość ich różnicy jest duża.

Wspomniane powyżej pytanie jest bardzo ważne i zostało szeroko zbadane. Ta teza przedstawia różne ulepszenia znanych wyników. Aby zaprezentować takie ulepszenia, autorka opracowała wiele ważnych narzędzi.

W rozdziale 1 przedstawiono podstawowe wyniki i cele pracy. Rozdział 2 poświęcony jest modyfikacji niektórych znanych wyników. Główną metodą zastosowaną w tym rozdziale jest uzyskanie wyników za pomocą skończonej indukcji na stopniach wielomianów.

W rozdziale 3 przedstawiono teorię wielokątów Newtona. Są to bardzo ważne obiekty w teorii waluacji. W rozdziale 4 autorka opracowuje różne narzędzia techniczne, które pozwalają przedstawić dokładniejsze wyniki dotyczące ciągłości korzeni.

W rozdziale 5 poprzednie wyniki zostały uogólnione dla zer i biegunów funkcji wymiernych (zamiast zer wielomianów). W rozdziale 6 autorka przedstawia zastosowanie poprzednich wyników do innych problemów. Szczególnie interesującym z tych zastosowań jest rozgałęziona teoria waluacji. Jednym z przykładów jest formuła (6.11), która jest uogólnieniem słynnej Fundamentalnej Nierówności (w tym przypadku równości). Ta formuła jest bardzo interesująca, ponieważ daje precyzyjne stwierdzenie, w jaki sposób *defekt* każdego rozszerzenia wpływa na stopień rozszerzenia.

Autorka wykazała się szeroką wiedzą na temat swojego kierunku studiów. Ponadto wyniki zawarte w tej pracy mają duży potencjał do zastosowań w problemach teorii w i dziedzinach pokrewnych. Rozprawa doktorska jest dobrze napisana i bardzo szczegółowa. Rekomenduję rozprawę doktorską do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Rozprawa spełnia warunki określone w art 187 ust. 1-3 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. z 2022 r. poz. 574 ze zm.)

*Jamii Nowaczki*