

**Recenzja rozprawy doktorskiej autorstwa Fabiana László Konstantina Wagnera
zatytułowanej
"Modified uncertainty relations from classical and quantum gravity",
wykonanej pod opieką profesora Mariusza Dąbrowskiego oraz doktora Hussaina Gohara.**

Koncept niekomutujących położenia i/lub pędów wyłania się w kontekście kwantowej teorii czasoprzestrzeni w sposób całkiem naturalny i oczekiwany. Położenie obiektu fizycznego opisujemy odległościami, które same stają się wielkościami dynamicznymi podlegającymi teorii grawitacji Einsteina lub jej modyfikacjom. Konsystencja teorii oddziaływań fundamentalnych wymaga, aby oddziaływanie grawitacyjne miało charakter kwantowy. Modele nieprzemiennej czasoprzestrzeni rozwijane są także w duchu kwantowych uogólnień grup symetrii i prowadzą do jakościowo podobnych wniosków. Ważnymi fizycznie konsekwencjami kwantowych własności czasoprzestrzeni są ograniczenia na minimalną odległość oraz maksymalną (gęstość) energii-pędu. Nieprzemienność kwantowych operatorów położenia można interpretować geometrycznie jako zakrzywienie przestrzeni pędów. Podobnie zakrzywione przestrzeni w której porusza się kwantowy obiekt materialny powoduje nieprzemienność operatorów pędu. Ten związek nieprzemienności pewnych wielkości fizycznych z zakrzywieniem przestrzeni wielkości do nich kanonicznie sprzężonych jest zagadnieniem, któremu poświęcona została recenzowana rozprawa.

Rozprawa opiera się na wynikach opublikowanych przez mgra Wagnera wspólnie ze współautorami w następujących pracach:

- [1] Mariusz P. Dabrowski and Fabian Wagner. 'Extended Uncertainty Principle for Rindler and cosmological horizons'. In: Eur. Phys. J. C 79.8 (2019), p. 716. [2] Mariusz P. Dabrowski and Fabian Wagner. 'Asymptotic Generalized Extended Uncertainty Principle'. In: Eur. Phys. J. C 80.7 (2020), p. 676.
[3] Luciano Petruzzello and Fabian Wagner. 'Gravitationally induced uncertainty relations in curved backgrounds'. In: Phys. Rev. D 103.10 (2021), p. 104061. [4] Fabian Wagner. 'Generalized uncertainty principle or curved momentum space?' In: Phys. Rev. D 104.12 (Dec. 2021), p. 126010.
[5] Fabian Wagner. 'Relativistic extended uncertainty principle from spacetime curvature'. In: Phys. Rev. D 105 (Jan. 2022), p. 025005. [6] Fabian Wagner. 'Towards quantum Mechanics on the curved cotangent bundle'. In: (Dec. 2021). arXiv: 2112.06758 [gr-qc]. currently under review at Eur. Phys. J. C.

Jak widać w trzech z nich jedynym współautorem jest promotor a w trzy kolejne zostały napisane samodzielnie. Prace te są cytowane z częstością kilkanaście razy rocznie, co oznacza, że zostały zauważone przez środowisko i dotyczą ciekawych tematów.

Na rozprawę składa się dziesięć rozdziałów, trzy appendiksy oraz spis literatury.

W pierwszym rozdziale przedstawiona została historia i podsumowany obecny stan kwantowych teorii czasoprzestrzeni ze szczególnym uwzględnieniem kwantowych modeli teorii Einsteina, teorii strun, a także teorii opartych na deformacji symetrii fizycznych. W szczególności omówione zostały koncepcje uogólnionych zasad nieokreśloności (generalized uncertainty principles - GUPs) oraz rozszerzonych zasad nieokreśloności (extended uncertainty principles - EUPs), które zbadane zostały w pracy z nowego punktu widzenia. Przedstawiony został schemat pracy, wprowadzono też oznaczenia oraz wykorzystywane w pracy formalizmy tensorowy i geometrii Riemannowskich.

Rozdział drugi jest wprowadzeniem do mechaniki kwantowej punktu materialnego w zakrzywionej przestrzeni parametryzowanej przez dowolny "krzywoliniowy" układ współrzędnych i wyposażonej w tensor metryczny. Rozważana przestrzeń może być tradycyjną przestrzenią położenia, ale także przestrzenią pędów.

Rozdział trzeci omawia szczegółowo i dogłębnie teorię leżącą u podstaw deformacji GUP i EUP. Przedyskutowane są ich przewidywania teoretyczne oraz wynikające ograniczenia na parametry deformacji. Rozważania te zostały zilustrowane na przykładzie przewidywanych poprawek do promienia deuteronu i związanego z tym ograniczenia na parametr charakteryzujący kwadratową poprawkę GUP - wykonane i zaprezentowane obliczenia są oryginalnym wkładem mgra Wagnera.

W rozdziale czwartym zbadany został geometryczny model prowadzący do deformacji typu EUP. Rozważono cząstkę kwantową w zakrzywionej trójwymiarowej przestrzeni w obszarze ograniczonym ścianami studni potencjału o kształcie geodezyjnej sfery, którą wyznaczają odcinki geodezyjnych wypuszczonych ze wspólnego punktu. Geometryczny promień sfery został wykorzystany jako niezmiennicza charakterystyka nieoznaczoności położenia. Przedmiotem obliczeń była nieoznaczoność operatora pędu i jej dolne ograniczenie. Obie te wielkości zależne są od krzywizny przestrzeni. Wyprowadzono wiele użytecznych wzorów obowiązujących w ogólnym przypadku, przetestowano je na przypadku sferycznie symetrycznym. Zbadano też rozwinięcie wokół geometrii płaskiej. W tym przypadku wykazano, że wiodąca poprawka do dolnego ograniczenia nieoznaczoności operatora kwantowego pędu jest proporcjonalna do składowej Ricciego, podczas gdy kolejna poprawka jest proporcjonalna do kwadratu tensora Ricciego oraz Laplacjanu składowej Ricciego. Jako ostatni wynik tego rozdziału formalizm został rozszerzony fenomenologicznie, tak, że objęte nim zostały rezultaty GUP na mocy zdeformowanych komutatorów. W ten sposób wyprowadzona została asymptotyczna postać GUP w granicy niskiej energii, co było głównym osiągnięciem tego rozdziału.

W rozdziale piątym i szóstym mechanika kwantowa punktu materialnego zostaje przeniesiona do czasoprzestrzeni zgodnej z koncepcją ogólnej teorii względności. Czasoprzestrzeń jest wyposażona w rozkład 3+1, który dostarcza foliacji przestrzeniami, czasu a także wektora przesunięcia (shift) oraz funkcji upływu czasu (laps). Obliczenia zastały przeprowadzone najpierw w nierelatywistycznym przybliżeniu (rozdział piąty), bez tego przybliżenia oraz w granicy ultra relatywistycznej. Podobnie do rozdziału czwartego obliczone zostaje dolne ograniczenie na nieoznaczoność operatora pędu. Tym razem wynik zależy od składowej Ricciego trójwymiarowej metryki przeskalowanej przez funkcje upływu czasu oraz od wektora przesunięcia. Istnienie granicy ultrarelatywistycznej sugeruje uogólnienie na przypadek cząstki bezmasowej. Oczywiście cała teoria i otrzymane wyniki zależą od rozkładu 3+1, a więc nie są kowariantne w sensie ogólnej teorii względności.

Dość ogólne wyniki poprzednich dwóch rozdziałów zastosowane są w rozdziale siódmym do rodziny różnych fizycznie ciekawych przykładów czasoprzestrzeni i obserwatorów: przyspieszany obserwator w czasoprzestrzeni Minkowskiego, czasoprzestrzeń z horyzontem czarnej dziury, metryka z horyzontem kosmologicznym, czasoprzestrzeń wokół obracające się źródła pola grawitacyjnego.

O ile poprzednie cztery rozdziały rozwijały geometryczną interpretację deformacji EUP, rozdział ósmy poświęcony jest geometrycznej realizacji deformacji GUP poprzez wprowadzenie zakrzywionej metryki na przestrzeni pędów. Pomysł ten był już realizowany wcześniej przez innych autorów w kontekście podójnie specjalnej szczególnej teorii względności (DSR), która jest interpretowana jako teoria zdefiniowana na przestrzeni momentów de Sittera. W podrozdziałach 8.1 i 8.2 krótko przypomniane zostały kwantowa mechanika w zakrzywionej przestrzeni pędu z jednej strony, oraz z drugiej strony nietrywialne relacje komutacyjne typu GUP zmiennych położeniowych. Nowy pomysł został rozwinięty w rozdziale 8.3, polega on na wprowadzeniu i zastosowaniu nowego zestawu zmiennych kanonicznych. Nowe współrzędne we wiązce kostycznej zostały użyte do kanonicznego opisu badanych rodzajów modyfikacji GUP.

Skonstruowano jawną transformację pomiędzy deformacją GUP związków komutacyjnych pomiędzy współrzędnymi a mechaniką kwantową w zakrzywionej przestrzeni pędów. W ten sposób wykazano, że każda deformacja typu GUP definiująca pewien zbiór niekomutujących współrzędnych położenia, ma swój odpowiednik w określonym zestawie kanonicznie sprzężonych zmiennych przestrzeni fazowej. Podobnie jak w innych przypadkach, transformacja doprowadziła do modyfikacji jednoczątkowego Hamiltonianu, a otrzymana dynamika opisuje ruch w zakrzywionej przestrzeni pędów. Zostało to szczegółowo zanalizowane w tym rozdziale na przykładzie kwadratowej deformacji GUT. Krzywizna przestrzeni staje się tam miarą niekomutatywności współrzędnych.

Rozdział dziewiąty jest syntezą idei zakrzywienia przestrzeni położenia lub przestrzeni pędów poprzez próbę zastosowania dwóch mechanizmów jednocześnie. Polega na wyposażeniu w tensor metryczny całej wiązki kostycznej. Z punktu widzenia geometrycznego jest to dość naturalny pomysł. Jednak nieliniowy charakter położenia uniemożliwia zastosowanie takich standardowych operacji jak transformata Fouriera. Problem ten można zaleczyć jedynie wykorzystując jakąś wyróżnioną strukturę płaską w przestrzeni położenia. Czyli albo rozwijać teorię niepłaską wokół płaskiej przestrzeni położenia, albo lokalnie wypłaszczać przestrzeń w otoczeniu punktu (lub geodezyjnej) poprzez zastosowanie układu współrzędnych w którym znikają wszystkie symbole Christoffela w punkcie (lub wzdłuż geodezyjnej). Modulo wymienione powyżej przeszkody matematyczne zdefiniowana zostaje mechanika kwantowa na zakrzywionej przestrzeni w której tensor metryczny zależy nie tylko od położenia, ale także od pędów - tak zwana metrykowa tęcza, a pędy w teorii kwantowej stają się operatorami. Podobny los spotyka zależną od pędów miarę definiującą iloczyn skalarny w przestrzeni Hilberta stanów kwantowych. Powstały formalizm uogólnionej mechaniki kwantowej zostaje zastosowany do podstawowych przypadków potencjałów: zerowego, sferycznie symetrycznego, kulombowskiego, oscylatora harmonicznego. Obliczone poprawki, występują w nich tensory Riemanna przestrzennej części metryki jak tensory Riemanna metryki włókien.

Podczas lektury wychwytiłem kilka drobnych poprawek lub niejasności:

- (4.53): epsilon jest chyba pozostałością wcześniejszej wersji
- (7.15): znak w mianownikach powinien być minus dla de Sittera
- (8.4): wydaje się być w sprzeczności z (8.3) gdy nie znika prawa strona (8.2)
- str 60: w jaki sposób obserwator ustala foliację dynamicznej czasoprzestrzeni powierzchniami stałego czasu?

Wysoko oceniam pomysł tego projektu oraz analityczną logikę jego realizacji. Problem równoważności deformacji GUP / EUP ze strukturą zakrzywionej geometrii w przestrzeni pędów / położenia został rozłożony na różne przypadki uporządkowane według wzrastającej ogólności i zbadany szczegółowo krok po kroku. Mimo wzrastającej trudności obliczeń nawet te bardzo karkołomne zostały wykonane analitycznie i dostarczyły zrozumiałych rezultatów. Udowodnione równoważności i znalezione odpowiednie transformacje są cennym punktem wyjścia do dalszych zastosowań. Na bardzo wysoką ocenę zasługuje też niezwykle jasne i przejrzyste wyłożenie całego materiału, od stanu zastanego, poprzez motywację, pomysł i kolejne kroki realizacji. Nie pozostawia ono wątpliwości, że mgr Wagner doskonale rozumie wszystkie aspekty konstruowanej nowej teorii, zarówno matematyczne jak i fizyczne i jego praca wniosła wiele nowego dla geometrycznego ujęcia teorii opartych na deformacji związków komutacyjnych.

Podsumowując, stwierdzam, że praca mgra Fabiana Wagnera pt. "Modified uncertainty relations from classical and quantum gravity" spełnia warunki określone w art. 13 ust.1 ustawy z dnia 14 marca 2003r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (t.j. Dz. U. z 2017r. poz. 1789 w związku z art. 179 ust. 1 i ust. 2 ustawy z dnia 3 lipca 2018r.

Przepisy wprowadzające ustawę – Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. z 2018r. poz. 1669 z późn. zm.). Na tej podstawie rekomenduję dopuszczenie pracy do obrony, a w następnej kolejności rozpatrzenie wyróżnienia pracy.

17.08.2022

Jerzy Lewandowski

A handwritten signature in black ink, consisting of stylized, cursive letters that appear to be 'JL' followed by a flourish.