

2023

# Recezcja pracy doktorskiej Malwiny Bondarewicz

## *Dynamiczne zeta funkcje typu Reidemeistera*

28 lipca 2023

### Omówienie rozprawy

Klasyczna funkcja zeta Reidemeistera odgrywająca ważną rolę w teorii liczb doczekała się kilku modyfikacji, które pozwalają rozwiązywać zagadnienia z arytmetyki, algebry czy topologii. Uogólnienia te polegają na zastąpieniu ciągu liczb pierwszych, między innymi, poprzez ciągi ilości punktów stałych odwzorowania ciągłego lub przez ciąg liczb Lefschetza  $L(f^k)$ . Alexander Fel'shtyn, promotor bieżącej rozprawy, wprowadził dalsze uogólnienia stosując: liczby Nielsena kolejnych iteracji  $N(f^k)$ , ciąg liczb Reidemeistera czy wreszcie ciąg liczb Reidemeistera  $\mathcal{R}(\phi^k)$  homomorfizmu grupy w siebie. Tematyka doczekała się znacznej literatury a bieżąca rozprawa wnosi wiele oryginalnych wyników do tej teorii.

W pierwszych rozdziałach pracy badana jest dychotomia Poly-Carlsona funkcji holomorficznej *dla funkcji holomorficznej szereg potęgowy funkcji holomorficznej o współczynnikach całkowitych i promieniu zbieżności równym 1 zachodzi dysjunkcja: albo funkcja jest wymierna albo okrąg jednostkowym jest brzegiem dziedzinny.*

W rozdziale 2 podane są warunki na to aby dychotomia zachodziła dla funkcji zeta Reidemeistera homomorfizmu podgrupy produktu liczb wymiernych  $G \subset \mathbb{Q}^d$  (Tw. 2.3.10).

W rozdziale 3 rozwiązany jest podobny problem dla homomorfizmu produktu grupy poadycznej  $\phi_p : \mathbb{Z}_p^d \rightarrow \mathbb{Z}_p^d$  (Tw. 3.0.4).

W rozdziale 4 powyższe wyniki dają podobny wniosek dla funkcji zeta Reidemeistera odwzorowania ciągłego, co jest istotne w teorii punktów okresowych (Tw. 4.0.5).

W rozdziale 5 teoria zostaje rozszerzona na koincydencje pary endomorfizmów;  $\phi, \psi : G \rightarrow G$ . Dychotomia zostaje pokazana dla  $G = \mathbb{Q}^d$  (Tw. 5.1.1).

Warto tutaj podkreślić, że schematy dowodów są bardzo podobny ale użyte w poszczególnych rozdziałach argumenty są istotnie różne.

W rozdziale 6 wychodzimy poza grupy abelowe. Rozpatrujemy pary endomorfizmów

grup nilpotentnych. Tutaj, przy pewnych technicznych założeniach, uzyskujemy wymierność funkcji Reidemeistera (Tw. 6.0.5).

W pozostałych rozdziałach rozpatrywane są dynamiczne funkcje zeta teorii reprezentacji oraz ich funkcja zeta.

W rozdziale 7 porównanie  $Z_\phi$  z liczbami Lefschetza daje wymierność  $Z_\phi(z)$  oraz wzór wyrażający  $RT_\phi(z)$  poprzez ilość orbit okresowych (Tw. 7.3.1).

W rozdziale 8 zostają podane zależności niezmienników dla grup ilorazowych oraz dla podgrup (Tw. 8.2.2).

### Ocena rozprawy

Rozprawa dotyczy istotnych problemów współczesnej matematyki. Zgodnie z deklaracją Autorki głównymi wynikami dysertacji jest 8 Twierdzeń wymienionych o rozdziale 1 (które odpowiadają to Twierdzeniom wspomnianym powyżej). Są to wyniki oryginalne których dowody wymagają dużej umiejętności posługiwania się metodami algebraicznymi. Moja ocena rozprawy, a zwłaszcza uayskanych w niej wyników, jest pozytywna.

Z drugiej strony dysertacja nie jest, moim zdaniem, najlepiej zredagowana. Autorka, jak wielu młodych naukowców, zdaje się zakładać, że czytelnik ma taką samą wiedzę jak ona sama. W przypadku pracy doktorskiej autorka powinna się wykazać umiejętnościami komunikacji również z mniej wytrawnym czytelnikiem. Wydaje mi się, że lepiej byłoby po zaprezentowaniu wyników w rozdziale 1, poprzedzić przynajmniej dwa następne rozdziały dłuższym wstępem algebraicznym. Pojawiające się nowe terminy i oznaczenia powinny być dokładniej przypominane co ułatwiałoby lekturę.

### Konkluzja.

Doktorantka jest współautorką trzech prac opublikowanych w *Russian Journal of Mathematical Physics*, *Topological Methods in Nonlinear Analysis* i *Contemporary Mathematics*. Wyniki prac były też były referowane na Konferencjach Międzynarodowych.

Po zapoznaniu się z rozprawą jestem przekonany, że jej Autorka opanowała wiedzę teoretyczną i metody badawcze niezbędne do samodzielnego prowadzenia badań naukowych.

Podsumowując, stwierdzam, że rozprawa doktorska mgr. Malwiny Bondarewicz *Dynamiczne zeta funkcje typu Reidemeistera* spełnia warunki określone w art.187 ust. 1-3 ustawy Prawo o Szkolnictwie Wyższym i Nauce i wnoszę o dopuszczenie jej autorki do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



prof. dr hab. Jerzy Jezierski  
Katedra Zastosowań Matematyki  
Wydział Zastosowań Informatyki i Matematyki  
SGGW Warszawa.

