Uniwersytet Szczeciński

Instytut Matematyki

mgr Bartosz Wasilewski

Tytuł rozprawy doktorskiej: **Asymptotics analysis and analytic tools for certain types of C_0-semigroups**

promotor: **prof. dr hab. Grigorij Sklyar**
promotor pomocniczy: **dr Piotr Polak**

Streszczenie rozprawy w języku polskim

Poniższa dysertacja została napisana z zamiarem zbadania własności asymptotycznych pewnej klasy nieograniczonych C_0-półgrup oraz, niezależnie, rozszerzenia istniejących wyników dotyczących równań różniczkowych z opóźnieniem typu neutralnego z przypadku $\mathbb{C}^n$ na przypadek nieskończeniewymiarowy

W pierwszej części dysertacji zostało udowodnione, że dla C_0-półgrupy $\{T(t)\}_{t\geq 0}$ o generatorze A, przy pewnych założeniach, zachodzi

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\|T(t)A^{-1}\|}{f(t)} = 0,$$

gdzie funkcja rzeczywista $f(t)$ jest w pewnym sensie podobna do normy półgrupy $\|T(t)\|$. Założenia dotyczą zachowania asymptotycznego obcięć półgrupy do pewnych rzutów Riesza stowarzyszonych z operatorem A. Dla odpowiednio regularnych C_0-półgrup, funkcja $f(t)$ może być równa $\|T(t)\|$. W tym wypadku uzyskany wyniki oznacza, że rozwiązania klasyczne odpowiedniego zagadnienia Cauchy'ego rosną wolniej (albo zanikają szybciej) niż norma półgrupy. Opisane wyniki poszerzają już istniejące, głównie poprzez dopuszczanie lokalizacji widma na osi $\{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(z) = \omega_0\}$.

W drugiej części dysertacji rozważane jest równanie różniczkowe

$$\dot{z}(t) = A\dot{z}(t-1) + \int_{-1}^{0} A_2(\theta)\dot{z}(t+\theta)\mathrm{d}\theta + \int_{-1}^{0} A_3(\theta)z(t+\theta)\mathrm{d}\theta,\ z(t) \in H$$

gdzie H jest dowolną ośrodkową przestrzenią Hilberta a $A, A_2(\theta), A_3(\theta)$ są operatorami ograniczonymi o pewnych szczególnych własnościach. Opisane wyniki poszerzają wyniki już istniejące które zachodzą dla przypadku skończeniewymiarowego. Tymi wynikami są, między innymi, generowanie C_0-półgrupy poprzez operator liniowy $\mathcal{A}$ reprezentujący powyższe równanie w przestrzeni $H \times L^2([-1,0]; H)$ oraz istnienie bazy Riesza skonstruowanej przy użyciu rzutów Riesza operatora $\mathcal{A}$.

Bartosz Wasilewski