Prof. dr Alexander Zuyev
Max-Planck-Institut
Für Dynamik komplexer technischer Systeme
Sandtorstrasse 1 I 39106 Magdeburg I, Germany
zuyew@mpi-magdeburg.mpg.de

Magdeburg, 29.12.2023

Recenzja pracy doktorskiej Bartosza Wasilewskiego
Analiza asymptotyczna i narzędzia analityczne dla pewnych typów C_0-półgrup

Praca mgra Bartosza Wasilewskiego rozwija teorię spektralną operatorów liniowych dla analizy zachowań przy dużym czasie C_0-półgrup w przestrzeniach Banacha i Hilberta. Teoria półgrup operatorów liniowych stanowi znaczącą część współczesnej analizy funkcjonalnej i pełni fundamentalną rolę w matematycznym ujęciu różnych problemów dotyczących zastosowań. W swoim jądrze, teoria ta tworzy solidną konstrukcję pozwalającą zrozumieć ewolucję systemów w czasie, szczególnie tych, które mogą być modelowane przy pomocy równań różniczkowych. Dzięki przedstawieniu dynamiki takich systemów jako półgrup, teoria ta pozwala na głębszą analizę ich zachowań w przestrzeniach nieskończenie wymiarowych. Jest to niezbędne w dziedzinach takich, jak mechanika kwantowa, mechanika struktur elastycznych, dynamika płynów, inżynieria procesowa czy inżynieria chemiczna, gdzie systemy często przejawiają złożone, zmienne w czasie zachowanie. Co więcej, teoria półgrup dostarcza skutecznych metod pozwalających na odniesienie się do problemów stabilności, sterowalności i obserwowalności w teorii systemów i kontroli.

Praca mgra Wasilewskiego składa się z trzech rozdziałów: rozdział 1 prezentuje niektóre podstawowe konstrukcje analizy funkcjonalnej i analizy zespolonej podczas, gdy główne wyniki są zawarte w rozdziałach 2-3.

Rozdział 2 porusza fundamentalną kwestię zachowań asymptotycznych półgrupy $\{T(t)\}_{t\geq 0}$, na przestrzeni Banacha X, nie zakładając warunku spektralnego postaci (2.4), a tym samym dopuszczając przypadek, gdy

$$(\omega_0 + i\mathbb{R}) \cap \sigma(A) \neq \emptyset. \qquad (*)$$

Tu ω_0 oznacza ograniczenie wzrostu półgrupy $\{T(t)\}_{t\geq 0}$, $A : D(A) \to X$ jest infinitezymalnym generatorem $\{T(t)\}_{t\geq 0}$, zaś $\sigma(A)$ oznacza spektrum A. W twierdzeniu 52 autor proponuje warunki wystarczające charakteryzujące własność asymptotyczną

$$\lim_{t\to\infty} \frac{||T(t)R(\mu;A)||}{f(t)} = 0 \qquad \text{dla wszystkich } \mu \in \mathbb{C}\backslash\sigma(A), \qquad (**)$$

gdzie $R(\mu; A)$ jest rezolwentą A, zaś funkcję $f(t)$ można przyjąć jako $f(t) = ||T(t)||$. Dowód twierdzenia 52 wykorzystuje technikę rzutowania Riesza oraz przestrzeń ilorazową określoną przez odpowiednią seminormę. Interesujący przykład (przykład 51) ilustruje fakt, że własność $(**)$ może zajść przy założeniu warunku $(*)$.

W rozdziale 3 klasa równań różnicowo-różniczkowych typu neutralnego w przestrzeni Hilberta H badana jest w ramach teorii spektralnej. Początkowo, istnienie i jednoznaczność rozwiązań klasycznych ustalana jest za pomocą twierdzenia Banacha o punkcie stałym, a własność generowania półgrupy jest dowodzona w twierdzeniu 61. Następnie, wynik główny dotyczący istnienia bazy Riesza jest ujęty w twierdzeniu 74.

Praca jest ogólnie dobrze skomponowana, zawierając jasne i dobrze określone wyniki teoretyczne. Poniżej zamieszczam kilka uwag.

1. Zaprezentowana metoda dowodzenia własności bazy Riesza (np. w lemacie 69) z użyciem ciągów kwadratowo bliskich mogłaby być porównana do metod opisanych w podrozdziałach 2.7 - 2.10 książki B.-Z. Guo i J.-M. Wanga "Control of Wave and Beam PDEs", Springer 2019.

2. Logiczne byłoby odniesienie się do wielkości klasy funkcji $f(t)$ spełniających warunki (2.6) i (2.7) w twierdzeniu 52. W szczególności, czy znane są poglądowe przykłady funkcji różnych od wykładniczych, które spełniają te warunki, gdy $\omega_0 \neq 0$?

3. W tekście rozsiane są błędy drukarskie: ”the the axis” (str. 3, przedostatni akapit, ”this results” (str. 24, drugi akapit), ”this results” (str. 57, pierwszy akapit), ”opearator” (str. 65, końcówka dowodu twierdzenia 74). Stosowanie łącznika w złożeniach takich, jak ”nonzero” (definicja 17) i ”non-zero” (dowód twierdzenia 52) powinno być ujednolicone.

Powyższe komentarze nie umniejszają wyjątkowej jakości pracy mgra Wasilewskiego.

Dysertacja oferuje oryginalny wkład w teorię nieograniczonych półgrup operatorów liniowych, stosując metody spektralne i teorię zaburzeń. Ponadto, autor przeprowadził wszechstronną analizę szczególnej klasy równań różnicowych. Przedstawiona dysertacja spełnia wymogi stawiane pracom doktorskim przez art. 187 ust. 1-3 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. ”Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce” (Dz. U. z 2023 r. poz. 742 ze zm.). Podsumowując, wnoszę o dopuszczenie dysertacji mgra Wasilewskiego do procedur związanych z obroną i przyznanie jej najwyższej oceny.

Z poważaniem,
Alexander Zuyev

Tłumaczenie: dr Ewa Ciechanowicz

Ewa Ciechanowicz