Dr hab. Galina Filipuk
Instytut Matematyki
Uniwersytet Warszawski
Banacha 2, 02-097 Warszawa
Email: filipuk@mimuw.edu.pl

Warszawa, 05.06.2021

Opinia o rozprawie doktorskiej mgra A. Kowalskiego

Mgr. A. Kowalski przedstawił rozprawę doktorską pt. „*Wzrost meromorficznych powierzchni minimalnych i krzywych całkowitych*" napisaną pod opieką prof. dr hab. Iwana Marczenki (promotor główny) oraz dr Ewy Ciechanowicz (promotor pomocniczy) w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Szczecińskiego.

Praca jest w dziedzinie analizy zespolonej, teorii Nevanlinny i jej uogólnień oraz zastosowań geometrii różniczkowej. Teoria Nevanlinny powstała w latach dwudziestych ubiegłego wieku w pracach słynnego fińskiego matematyka Rolfa Nevanlinny oraz jest obecnie rozwijana w licznych ośrodkach naukowych na świecie, między innymi w Finlandii, Anglii, Ameryce, Japonii, Niemczech. Teoria Nevanlinny jest bardzo ważnym działem analizy zespolonej, który analizuje zachowanie funkcji meromorficznych. Teoria Petrenki jest uogólnieniem teorii Nevanlinny dla innej metryki w definicji podstawowej funkcji średniego przybliżenia $m(r,a,f)$ funkcji meromorficznej f do punktu a na okręgu o promieniu r. W teorii Petrenki wprowadzone są różne nowe pojęcia, na przykład zamiast defektu Nevanlinny jest odchylenie Petrenki itd. Ważne są różne oszacowania odchylenia oraz badania dokładności tych oszacowań. Przez lata teoria Nevanlinny rozwijała się w różnych kierunkach, między innymi w kierunku geometrii różniczkowej oraz w kierunku krzywych całkowitych oraz funkcji algebroidalnych (które są rozwiązaniami równań algebraicznych). Beckenbach oraz inni wprowadzili oraz zaczęli badać meromorficzne powierzchnie minimalne (m.p.m.). Warunkiem koniecznym i wystarczającym na to aby powierzchnia zadana we współrzędnych izotermicznych była minimalna jest, aby jej wszystkie funkcje współrzędne były funkcjami harmonicznymi. Można dalej zdefiniować pojęcia punktu osobliwego oraz m.p.m. Teoria dystrybucji krzywych całkowitych zaczęła się rozwijać w pracach Cartana, Weyla, Ahlforsa. Krzywa całkowita to wektor zależny od zmiennej zespolonej w którym wszystkie funkcje są funkcjami całkowitymi bez wspólnych zer. Badając funkcje algebroidalne można posługiwać się pojęciem krzywej całkowitej, w którym współczynniki wielomianu, który zadaje funkcje algebroidalną, tworzą wektor w definicji krzywej całkowitej. Teoria Petrenki może też być zastosowana do teorii m.p.m., krzywych całkowitych oraz funkcji algebroidalnych. Główne rezultaty doktoranta rozwijają właśnie to podejście.

Doktorant jest autorem czterech publikacji współautorskich (razem z głównym promotorem), opublikowanych w dobrych oraz bardzo dobrych punktowanych oraz recenzowanych czasopismach matematycznych, zarówno polskich jak i zagranicznych:

(1) A. Kowalski, I. I. Marchenko, On the maximum points and deviations of meromorphic minimal surfaces, Математичні Студії (Matematychni Studii) 46 (2) (2016), 137-151.

(2) A. Kowalski, I. Marchenko, On deviations and spreads of entire curves, Annales Polonici Mathematici 123 (2019), 345-368.

(3) A. Kowalski, I. Marchenko, On deviations and spreads of meromorphic minimal surfaces, Osaka J. Math. 57 (2020), 85-101.

(4) A. Kowalski, I. Marchenko, On deviations and maximum points of algebroid functions of finite lower order, Kodai Math. J. 44 (2021), 47-68.

Rozprawa doktorska składa się z trzech głównych rozdziałów, wstępu oraz literatury (prawie 70 artykułów naukowych oraz książek). Praca liczy prawie 100 stron. W pierwszym rozdziale mgr Kowalski przedstawia podstawowe pojęcia i twierdzenia teorii Nevanlinny oraz uogólnienia tej teorii dla meromorficznych powierzchni minimalnych, krzywych całkowitych oraz funkcji algebroidalnych. Ten rozdział ma charakter wstępny oraz poglądowy. Kolejne rozdziały zawierają nowe rezultaty otrzymane przez doktoranta i są oparte na opublikowanych pracach wymienionych powyżej (1)-(4). W szczególności, drugi rozdział przedstawia nowe rezultaty dotyczące wzrostu meromorficznych powierzchni minimalnych, ich szczegółowe dowody oraz przykłady pokazujące że niektóre nierówności/oszacowania są dokładne. Trzeci rozdział przedstawia nowe rezultaty dotyczące wzrostu krzywych całkowitych oraz funkcji algebroidalnych, ich dowody oraz niezbędne przykłady. Praca doktorska jest napisana bardzo starannie, z troską o maksymalną czytelność, matematyczną poprawność oraz ścisłość. Praca praktycznie nie zawiera literówek. Dowody są bardzo techniczne w dobrym sensie tego słowa (to dotyczy wszystkich prac związanych z teorią Nevanlinny), praca zawiera sporo różnych oszacowań, używa różnorodnych i skomplikowanych metod analizy zespolonej oraz matematycznej.

Rozdział drugi zawiera sześć nowych twierdzeń dotyczących teorii wzrostu m.p.m. skończonego dolnego rzędu, wnioski z tych twierdzeń oraz różnorodne twierdzenia/lematy pomocnicze. Wszystkie twierdzenia podają oszacowania odchylenia oraz innych wielkości wprowadzonych dla m.p.m. (oszacowanie wielkości odchylenia, oszacowanie gęstości logarytmicznej zbiorów, oszacowanie sumy odchyleń, oszacowanie rozpiętości). Niezbędne przykłady, dla których zachodzą równości w oszacowaniach są również podane. Te przykłady pokazują dokładność oszacowań i są bardzo ważne. Chciałabym podkreślić, że przykłady są bardzo nietrywialne, są skonstruowane za pomocą funkcji specjalnych, na przykład funkcji Mittag-Lefflera która stanowi uogólnienie funkcji wykładniczej albo funkcji Goldberga-Ostrovskiego zadanej przez iloczyn nieskończony.

Rozdział trzeci jest poświęcony krzywym całkowitym oraz funkcjom algebroidalnym. Zostało wprowadzone pojęcie rozdzielonych punktów maksimum dla krzywych całkowitych oraz funkcji algebroidalnych skończonego dolnego rzędu oraz udowodnione zostały cztery podstawowe twierdzenia z różnymi oszacowaniami rozpiętości oraz innych wielkości krzywej całkowitej oraz kilka wniosków z tych twierdzeń (oszacowanie wielkości odchylenia oraz rozpiętości krzywych całkowitych, oszacowanie gęstości logarytmicznej zbiorów). Liczne twierdzenia/lematy pomocnicze są udowodnione. Podane są również przykłady (zawierające jak i poprzednio w drugim rozdziale funkcje specjalne) pokazujące dokładności niektórych oszacowań.

Rozprawa świadczy o dużej oraz zaawansowanej wiedzy doktoranta w zakresie różnorodnych i skomplikowanych metod teorii Nevanlinny oraz jej zastosowań do geometrii różniczkowej oraz teorii funkcji specjalnych. Dobrze napisany pierwszy rozdział świadczy o tym że mgr A. Kowalski dobrze się orientuje w literaturze dotyczącej zbliżonych zagadnień. Wszystkie twierdzenia oraz dowody są opatrzone komentarzem lub odniesieniem do odpowiedniej literatury, co świadczy o bardzo wysokiej kulturze matematycznej.

Konkluzja. Dysertacja mgra Kowalskiego ma zdecydowanie charakter pracy badawczej zawierającej wyniki oryginalne oraz wartościowe. Są one dobrze umotywowane, dobrze wpisują się w tematykę badań podejmowanych w wielu ośrodkach naukowych. Redakcja dysertacji jest na wysokim poziomie. Autor formułuje oraz kompletnie rozwiązuje oryginalne problemy naukowe, tym samym wnosząc istotny wkład do rozwoju analizy zespolonej. Doktorant wykazuje dogłębne opanowanie różnorodnych metod analizy matematycznej, analizy zespolonej, teorii Nevalinny oraz jej uogólnień oraz zastosowań w geometrii różniczkowej. Otrzymane rezultaty są nowe, tworzą spójną tematyczną całość. Moja całościowa ocena rozprawy jest jednoznacznie pozytywna. Uważam, że rozprawa mgr. Kowalskiego jest bardzo dobra, solidna, w pełni spełnia wszystkie wymagania ustawowe w dyscyplinie Matematyka. Moim zdaniem użycie bardzo wyrafinowanych metod w dowodach oraz przykładach musi być wyróżnione, więc popieram nie tylko dopuszczenie mgra Kowalskiego do następnych etapów przewodu doktorskiego, ale również wyróżnienie tej rozprawy.

/Galina Filipuk/