Uniwersytet Szczeciński
Instytut Matematyki
mgr Arnold Kowalski

WZROST MEROMORFICZNYCH POWIERZCHNI MINIMALNYCH I KRZYWYCH CAŁKOWITYCH

Promotor: **prof. dr hab. Iwan Marczenko**
Promotor pomocniczy: **dr Ewa Ciechanowicz**

Streszczenie rozprawy doktorskiej

Praca doktorska składa się z trzech rozdziałów. Pierwszy rozdział został podzielony na trzy podrozdziały i zawiera podstawowe definicje i twierdzenia klasycznej teorii Nevanlinny, teorii Petrenki, teorii meromorficznych powierzchni minimalnych oraz teorii krzywych całkowitych. W rozdziale drugim zostały zamieszczone rezultaty uzyskane w obszarze teorii wzrostu meromorficznych powierzchni minimalnych skończonego rzędu dolnego. Większość z tych wyników została opublikowana w pracach [2] i [4]. W rozdziale tym jest udowodnionych sześć twierdzeń oraz przedstawione są wnioski z nich płynące. Dowody tych twierdzeń zamieszczone zostały w podrozdziałach 2.2-2.5. Podrozdział 2.1 poświęcony jest w całości wyprowadzeniu lematów pomocniczych używanych w dowodach głównych twierdzeń. Warto w tym miejscu wyróżnić Lemat 2.10 będący odpowiednikiem lematu o pochodnej logarytmicznej dla meromorficznych powierzchni minimalnych w metryce jednostajnej zbieżności.

Twierdzenie 2.1 podaje dokładne oszacowanie z góry odchylenia $\beta(\infty, S)$ w zależności od ilości rozdzielonych punktów maksimum meromorficznej powierzchni minimalnej S. Rezultat ten stanowi uogólnienie twierdzenia o oszacowaniu odchylenia Petrenki $\beta(\infty, f)$ funkcji meromorficznej $f(z)$ uzyskanego przez E. Ciechanowicz i I. Marczenkę w [1]. Twierdzenie 2.4 przedstawia z kolei oszacowanie dla sumy odchyleń $\sum_{\mathbf{a}\in\mathbb{R}^3} \beta(\mathbf{a}, S)$, które jest uogólnieniem uzyskanego w 1990 roku twierdzenia o oszacowaniu sumy odchyleń Petrenki funkcji meromorficznej ([6]). Twierdzenia 2.2 i 2.3 zawierają oszacowanie górnej i dolnej gęstości logarytmicznej pewnych zbiorów i stanowią uogólnienie na przypadek meromorficznych powierzchni minimalnych wyników uzyskanych przez I. Marczenkę w pracach [7] i [8]. Twierdzenie 2.6 oraz twierdzenie 2.7 zawierają dokładne oszacowanie z dołu rozpiętości meromorficznej powierzchni minimalnej S w zależności od wielkości $p(\infty, S)$, defektu $\delta(\infty, S)$ oraz odchylenia $\beta(\infty, S)$. Twierdzenie 2.6 stanowi wzmocnienie twierdzenia Petrenki o oszacowaniu rozpiętości meromorficznej powierzchni minimalnej skończonego rzędu dolnego λ przez defekt $\delta(\infty, S)$. W podrozdziale 2.6 zawarte zostały przykłady ukazujące, że otrzymane oszacowania są dokładne.

Rozdział trzeci poświęcony jest wynikom uzyskanym w teorii krzywych całkowitych i funkcji algebroidalnych. Rezultaty tutaj przedstawione zostały opublikowane w artykułach [3] i [5]. W rozdziale tym wprowadzone zostało pojęcie rozdzielonych punktów maksimum dla krzywych całkowitych i funkcji algebroidalnych oraz wykazane zostały cztery twierdzenia. W twierdzeniu 3.1 dane jest dokładne oszacowanie z góry odchylenia $\beta(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{G})$ dla krzywej całkowitej $\overrightarrow{G}$ w zależności od ilości rozdzielonych punktów maksimum $p(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{G})$. Twierdzenie 3.2 zawiera dokładne oszacowanie rozpiętości krzywej całkowitej $\overrightarrow{G}$ względem wielkości

$p(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{G})$ i defektu $\delta(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{G})$. Stanowi ono uogólnienie wyników V. Petrenki dotyczących rozpiętości krzywych całkowitych z pracy [9]. W twierdzeniu 3.3 podane jest z kolei dokładne oszacowanie rozpiętości krzywej całkowitej przez wielkość odchylenia $\beta(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{G})$. Wynik ten jest wzmocnieniem rezultatów otrzymanych przez V. Petrenko w pracy [9]. W twierdzeniu 3.4 otrzymane zostało górne oszacowanie odchylenia $\beta(w, f)$ funkcji algebroidalnej $f(z)$ skończonego rzędu dolnego λ w zależności od ilości rozdzielonych punktów maksimum i defektu Valirona. W ostatnim podrozdziale zawarty został przykład krzywej całkowitej, dla której w wyżej wspomnianych twierdzeniach 3.1-3.3 zachodzą równości. Podane zostały także przykłady funkcji algebroidalnych, dla których otrzymane oszacowanie w twierdzeniu 3.4 jest dokładne.

Literatura

1. Ciechanowicz E., Marchenko I. I., *Maximum modulus points, deviations and spreads of meromorphic functions*, Value Distribution Theory and Related Topics, Kluwer Academic Publishers, (2004), 117-129.

2. Kowalski A., Marchenko I.I., *On the maximum modulus points and deviations of meromorphic minimal surfaces*, Mat. Stud., **46**, (2016), 137-151.

3. Kowalski A., Marchenko I.I., *On deviations and spreads of entire curves*, Ann. Polon. Math., **123**, (2019), 345-368.

4. Kowalski A., Marchenko I.I., *On deviations and spreads of meromorphic minimal surfaces*, Osaka J. Math., **57**, (2020), 85-101.

5. Kowalski A., Marchenko I.I., *On deviations and maximum points of algebroid functions of finite lower order*, Kodai Math. J., **44(1)**, (2021), 47-68.

6. Marchenko I.I., Shcherba A.I., *On magnitudes of deviations of meromorphic functions*, Mat. Sb., **181**, (1990), 3-24, (po rosyjsku); Tłum. ang.: Math. USSR-Sb., **69**, no. 1, (1991), 1–24.

7. Marchenko I.I., *An analogue of the second main theorem for the uniform metric*, Mat. fiz., anal., geom., **5**, (1998), 212-227 (po rosyjsku).

8. Marchenko I.I., *On the Shea estimate of the magnitude of deviation of a meromorphic function*, Izv. Vyssh. Ucheb. Zaved. Mat., **457**, (2000), 46-51, (po rosyjsku); Tłum. ang.: Russian Math.(Iz. VUZ), **44**, (2000), 44-49.

9. Petrenko V.P., *The entire curves*, Vyshcha Shkola, Kharkov (1984), (po rosyjsku).

Szczecin, dn. 5.05.2021r. .... Kowalski Arnold ....
(podpis doktoranta)

Słowa kluczowe: analiza zespolona, teoria Nevanlinny, funkcje subharmoniczne, funkcje meromorficzne, meromorficzne powierzchnie minimalne, krzywe całkowite, funkcje algebroidalne.